**[ТВ] Свойства зависимых величин. Математическое ожидание и дисперсия. Точность оценки.**

1. Доказать, что из Pr{A} = Pr{A|B} автоматически следует, что Pr{A} = Pr{A|⌐B}.

Подставим в это выражение утверждение Pr{A} = Pr{A|B}:

Это формула произведения вероятности независимых событий А и В.

Полставим исходное уравнение в Теорему Байеса:

Сокращаем вероятность А и получим выражение:

Выведем Теорему Байеса для Pr{A|⌐B}:

Из формулы условной веротяности: Pr{⌐B|A}=1-Pr{B|A} и, зная, что Pr{B|A}=Pr{B}, получим:

1. Доказать, что из RR = 1 следует, что случайные события – независимы.

Сперва определим независимые события через вероятности:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Лечение/Состояние через неделю | Болен | Здоров | Всего по строкам |
| Терапия группы А | a | b | a+b |
| Терапия группы В | c | d | c+d |
| Всего | a+c | b+d | a+b+c+d |

Отношение рисков (RR) — это отношение вероятности наступления события в одной группе к вероятности наступления того же события в другой группе. В контексте вероятности событий А(болен) и В (группа терапии А):

Условие: RR = 1, следовательно

Из предыдущего задания возьмём: Pr{⌐B|A}=1-Pr{B|A}. Из начала формулу независимых событий и Теорему Байеса получим:

Акцентируем внимание:

1. Количество циклов химиотерапии, требующихся пациенту в дебюте некоего заболевания, является случайной величиной со следующим распределением:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Количество циклов | 1 | 2 |
| Вероятность | 0.5 | 0.5 |

При рецидиве распределение является следующим:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Количество циклов | 2 | 3 |
| Вероятность | 0.25 | 0.75 |

1. Найдите математическое ожидание и дисперсию числа циклов терапии при первичном выявлении и при рецидиве (отдельно).
2. Предположим, что мы изучаем только рецидивировавших пациентов.

* Постройте таблицу распределения общего числа циклов терапии у рецидивировавших пациентов («дебютных» + «рецидивных»).
* Найдите математическое ожидание и дисперсию этой величины. При расчете примите допущение о том, что выбор числа циклов при рецидиве не зависит от того, сколько циклов было в дебюте.

Для рецидивировавших пациентов мы будем рассматривать общее число циклов, что означает сумму циклов при дебюте и при рецидиве. Теперь рассмотрим все возможные комбинации:

* Если при дебюте 1 цикл и при рецидиве 2 цикла, общее количество = 1 + 2 = 3.
* Если при дебюте 1 цикл и при рецидиве 3 цикла, общее количество = 1 + 3 = 4.
* Если при дебюте 2 цикла и при рецидиве 2 цикла, общее количество = 2 + 2 = 4.
* Если при дебюте 2 цикла и при рецидиве 3 цикла, общее количество = 2 + 3 = 5.

Теперь нам нужно найти вероятности для каждого из этих случаев, перемножая вероятности для каждой комбинации:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Количество циклов Дебют** | **Количество циклов Рецидив** | **Общее количество циклов** | **Вероятность дебют** | **Вероятность рецидив** | **Общая вероятность** |
| 1 | 2 | 3 | 0,5 | 0,25 | 0,125 |
| 1 | 3 | 4 | 0,5 | 0,75 | 0,375 |
| 2 | 2 | 4 | 0,5 | 0,25 | 0,125 |
| 2 | 3 | 5 | 0,5 | 0,75 | 0,375 |

**Таблица распределения:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Количество циклов** | **Вероятность** |
| 3 | 0,125 |
| 4 | 0,375+0,125=0,5 |
| 5 | 0,375 |

1. На лекции мы работали со скриптом, в котором мы производили оценку математического ожидания случайной величины (прироста гемоглобина). Теперь мы хотим провести виртуальный эксперимент, в котором мы будем оценивать вероятность некого события (например полного исцеления после приема терапии). По-прежнему, дизайн одногрупповой. Переделайте скрипт так, чтобы в нем можно было бы анализировать ошибку в оценке вероятности события в зависимости от истинной вероятности и объема выборки. Какие закономерности вы можете вычислить, экспериментируя со скриптом? Скрипт необходимо загрузить в гитхаб и дать на него ссылку в гугл-классе.

**Ссылка на выполненное задание:** [BioStat\_2024/[ТВ] Свойства зависимых величин. Математическое ожидание и дисперсия. Точность оценки at main · WWDelaware/BioStat\_2024 · GitHub](https://github.com/WWDelaware/BioStat_2024/tree/main/%5B%D0%A2%D0%92%5D%20%D0%A1%D0%B2%D0%BE%D0%B9%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0%20%D0%B7%D0%B0%D0%B2%D0%B8%D1%81%D0%B8%D0%BC%D1%8B%D1%85%20%D0%B2%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B8%D0%BD.%20%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B5%20%D0%BE%D0%B6%D0%B8%D0%B4%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B5%20%D0%B8%20%D0%B4%D0%B8%D1%81%D0%BF%D0%B5%D1%80%D1%81%D0%B8%D1%8F.%20%D0%A2%D0%BE%D1%87%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C%20%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D0%BA%D0%B8)